

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO - UNIFESP  
ESCOLA PAULISTA DE POLÍTICA, ECONOMIA E NEGÓCIOS  
GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ATUARIAIS**

**MODELAGEM GARCH E APLICAÇÃO PARA CÁLCULO DO VAR  
DE ATIVOS FINANCEIROS**

**Luiz Henrique Alves Silva**

**Orientador:  
Prof. Dr. Edimilson Costa Lucas**

**Osasco, SP**

**2021**

**LUIZ HENRIQUE ALVES SILVA**

**MODELAGEM GARCH E APLICAÇÃO PARA CÁLCULO DO VAR DE ATIVOS  
FINANCEIROS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à  
graduação da Universidade Federal de São  
Paulo, como parte dos requisitos para a  
obtenção do título de graduado em Ciências  
Atuariais, sob a orientação do Prof. Dr.  
Edimilson Costa Lucas.

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Unifesp Osasco  
e Departamento de Tecnologia da Informação Unifesp Osasco,  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S586m    SILVA, Luiz Henrique Alves  
          Modelagem GARCH e aplicação para cálculo do VaR de  
          ativos financeiros / Luiz Henrique Alves Silva. - 2021.  
          29 f. :il.

Trabalho de conclusão de curso (Ciências Atuariais) -  
Universidade Federal de São Paulo - Escola Paulista de Política,  
Economia e Negócios, Osasco, 2021.  
Orientador: Edimilson Costa Lucas.

1. Valor em Risco. 2. Volatilidade condicional. 3. Mercado  
financeiro. 4. GARCH. 5. Gerenciamento de riscos. I. Lucas,  
Edimilson Costa, II. TCC - Unifesp/EPPEN. III. Título.

CDD: 368.08

## RESUMO

O intuito deste trabalho é o de construir modelos robustos de cálculo do *Value at Risk* (VaR), valendo-se da abordagem que considera a volatilidade condicional (utilizando modelo GARCH) e a que não considera (histórico), para o principal índice da bolsa de valores, Ibovespa, e para as ações da empresa seguradora SulAmerica (SULA11), considerando-a como um referencial para o seu setor. Desse modo, foram feitos os modelos para os horizontes de 1, 10 e 30 dias, utilizando os log-retornos dos ativos compreendidos entre 26 de abril de 2018 e 18 de janeiro de 2020. Feitos os testes estatísticos necessários, foi calculado o VaR para ambos os ativos a partir do modelo GARCH (1,1), além do VaR histórico. Os resultados mostram que a metodologia que considera a heterocedasticidade condicional se ajusta melhor às séries de retornos dos ativos, provando mais eficiente do que a abordagem histórica. Ainda, mais propriamente sobre as particularidades entre IBOV e SULA11, constatou-se que a empresa possui um nível de risco maior do que a média de mercado (representada pelo índice), sendo um agregador de risco para carteiras equilibradas ou coladas no Ibovespa. Destaca-se também a importância dos cálculos para o gerenciamento de riscos das empresas no geral, tomadas de decisão e para a sustentabilidade do sistema financeiro.

Palavras chave: Valor em Risco, volatilidade condicional, mercado financeiro, GARCH, gerenciamento de riscos.

## **ABSTRACT**

The purpose of this paper is to build robust models for calculating Value at Risk (VaR) using the approach that considers conditional volatility (using the GARCH model) and other that doesn't consider that (historical model), for the main national stock index of securities, Ibovespa, and for the insurance company SulAmérica (SULA11), considering it as a benchmark for its sector. Thus, models were made for the horizons of 1, 10 and 30 days, using the log-returns of the assets between April 26, 2018 and January 18, 2020. After the statistical tests were done, the VaR was calculated for both assets based on the GARCH model (1.1), in addition to the historical VaR. The results show that the methodology that considers conditional heteroscedasticity is better suited to the series of asset returns, proving more efficient than the historical approach. More specifically about the particularities between IBOV and SULA11, it was understood that the company has a higher level of risk than the market average (represented by the index), being a risk aggregator for balanced or bonded portfolios on the Ibovespa. It also highlight the importance of calculations for the risk management of companies in general, decision making and for the sustainability of the financial system.

**Keywords:** Value at Risk, conditional volatility, financial market, GARCH, risk management.

## Sumário

<b>1.1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>7</b>
<b>1.2</b>	<b>OBJETIVO</b>	<b>10</b>
<b>1.3</b>	<b>JUSTIFICATIVA</b>	<b>11</b>
<b>2.</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>12</b>
<b>3.</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>15</b>
<b>4.</b>	<b>ANÁLISES E RESULTADOS</b>	<b>18</b>
<b>5.</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>28</b>
<b>6.</b>	<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>29</b>

## 1.1 INTRODUÇÃO

Estudos acerca de séries temporais foram realizados em vários ramos do conhecimento ao longo do tempo, como a física e ciências da natureza (Latorre e Cardoso, 2001; Antes, Schneider e d'Orsi, 2015), e no mercado financeiro não é diferente (Tolikas, 2008; Berkowitz e O'Brien, 2001).

Há necessidade de compreender as flutuações de séries temporais financeiras para conseguir prever comportamentos futuros, já que quando se presume que o evento futuro é desconhecido, implícita está uma parcela de aleatoriedade nos acontecimentos. Assim, define-se a volatilidade como sendo o tamanho (valores, magnitude) dessas flutuações em torno da média das observações durante o tempo; segundo Bollerslev, Chou e Kroner (1992), “volatilidade é uma variável-chave que permeia a maioria dos instrumentos financeiros e que exerce um papel central em diversas áreas de finanças”.

Dito isso, algumas características da volatilidade são importantes para a realização de trabalhos sobre séries financeiras: não é constante durante o tempo, logo, possui comportamento dinâmico ao longo do tempo, o que propicia detectar períodos de alta ou baixa volatilidade, sugerindo a formação de agrupamentos. Entretanto, essa não constância da volatilidade (ou heterocedasticidade) não foi considerada por muito tempo no estudo de séries financeiras e nas aplicações das empresas deste mercado; assumia-se a constância da volatilidade dos retornos (homocedasticidade) dos ativos, o que era base de modelos lineares, como os ARIMA clássicos. Portanto, a característica de *cluster*, a estacionariedade e a reação distinta em casos diversos (como grandes aumentos ou quedas volatilidade) fazem com que a modelagem por este modelo seja dificultada. Morettin (2011, p. 131) traz essa diferenciação entre os modelos ARMA e da família ARCH, considerando que o primeiro é linear e não considera a evolução da variância condicional no tempo, enquanto o segundo considera a variação da volatilidade no tempo.

Com Engle (1982), surgiram os modelos heterocedásticos, como o ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*), que busca aprimorar os modelos

anteriores quanto a considerar a variância condicional aos erros observados (aleatoriedade), ganhando destaque nos trabalhos em finanças. Posteriormente, este modelo passou por um processo de extensão proposto por Bollerslev (1986), surgindo o modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), onde a variância condicional tem relação com os valores passados e também com as variâncias condicionais passadas. O modelo GARCH também possui certa vantagem em relação ao ARCH quanto à facilidade de modelagem, já que não necessita de tantos parâmetros.

Assim, várias adaptações e mutações destes modelos, principalmente a partir do modelo generalizado GARCH (m,n), foram surgindo durante o tempo, com os diversos tipos de ativos e ferramentas do mercado financeiro, buscando exprimir o comportamento deles; porém, as adaptações podem representar incrementos (maior complexidade) para implementação.

Portanto, conhecendo a volatilidade dos ativos financeiros, é possível calcular uma medida de risco importante para a gestão dos negócios, que é o *Value at Risk* (VaR). O VaR consiste na estimativa de perda potencial máxima de um investimento para um período de tempo, com um determinado intervalo de confiança. Essa técnica quantifica o risco de mercado, portanto, de perdas decorrentes da variação de preços (volatilidade) influenciadas pelas variantes participantes do meio financeiro, como as macroeconômicas, juros e etc.

É de se destacar a grande relevância dessa informação para a gestão de riscos de ativos financeiros, já que se pode mensurar a perda máxima potencial de determinado investimento/ carteira. Assim, é possível construir um orçamento de risco, com a finalidade de limitar os prejuízos considerando uma certa janela de tempo, criando alguma previsibilidade e controle sobre os resultados das aplicações.

Além da visão da empresa/ investidor, é importante também para a sustentabilidade do sistema financeiro, já que o VaR é uma medida exigida pelo Banco Central para que seja definida a exigência de capital conforme o risco de mercado tomado. Ou seja, não somente se trata de um importante parâmetro gerencial, mas também de uma exigência regulatória do BCB para que as instituições financeiras não tomem riscos que levem todo o sistema financeiro à possíveis instabilidades desnecessárias, tendo em vista a importância para o funcionamento de toda a economia do país.



Portanto, neste trabalho utilizarei as séries de retornos diários do Ibovespa (IBOV) e da ação da empresa de seguros SulAmerica (SULA11), considerando a empresa como uma representante do segmento inserida na bolsa de valores, dada a sua relevância no em seu mercado. Trata-se do maior grupo segurador independente do país, com mais de 120 anos de história, com uma carteira de riscos diversificada, atuando nos ramos de saúde, odontológico, vida, previdência, capitalização, entre outros produtos. Segundo publicação do Sindicato das Empresas de Seguros e Resseguros (SINDSEGSP), a SulAmérica encerrou o ano de 2019 na quinta posição do ranking de maiores lucros. Ainda, analisando os balanços financeiros do terceiro trimestre de 2020, a empresa possui o segundo maior patrimônio líquido das empresas do setor listadas na B3. Dessa maneira, a escolha de considerar SULA11 como um referencial para o setor se faz coerente. O Ibovespa, criado em 1968, se trata de uma cesta de ativos listados na B3 selecionados e ponderados conforme metodologia própria, sendo o referencial do mercado como um todo.

Os dados são do período de 26 de abril de 2018 até 18 de janeiro de 2020 e o cálculo do VaR será para os horizontes de 1, 10 e 30 dias com 99% de confiança, objetivando conhecer com base estatística o maior valor potencial de perda, além de construir um modelo robusto de *forecasting* de volatilidade. Ainda, para fins de comparação, calcularemos o VaR histórico dos ativos em questão.

## 1.2 OBJETIVO

O objetivo deste projeto é analisar os dados obtidos através da metodologia empregada para melhor compreender o comportamento da variação de preços da bolsa local e utilizando-se da modelagem GARCH (m,n), conseguir mensurar o risco de perda dos ativos via VaR em várias janelas de tempo, além do modelo de simulação histórica para comparação. Estes diferentes horizontes de tempo são muito importantes para gestão de riscos e tomada de decisão, tendo em vista o risco tomado vis-a-vis o do mercado (no caso, o próprio IBOV). Portanto, podemos traçar um paralelo entre a ação SULA11 e o resto do mercado (IBOV).

### 1.3 JUSTIFICATIVA

Este trabalho se justifica na necessidade de que os agentes do mercado financeiro conheçam as oscilações dos preços e o comportamento dos outros agentes de mercado, para tomada de decisão e mensuração do risco de mercado que estão tomando.

Com relações humanas cada vez mais complexas, robotização de processos, tecnologias de inteligência artificial, entre outros mecanismos modernos, o mercado financeiro está cada vez mais competitivo; ou seja, a margem de erro nos negócios se estreitou, já que existem outros agentes no mercado com tecnologia e/ ou expertise muito bem qualificados para “tomar” uma possível negociação positiva. Em artigos de Cerny (1994) e Hauswald e Marquez (2015), é perceptível esse avanço tecnológico em questões estruturais nos mercados de capitais, que afetam diretamente a competitividade entre as instituições.

Sabendo disso, e considerando os custos de operação em relação à modernização e implementação de modelos mais ou menos robustos, é uma preocupação dos agentes no mercado financeiro atingir níveis ótimos de avaliação dos movimentos de ativos no mercado (usaremos o Ibovespa como uma espécie de “resumidor” do movimento do mercado de ações nacional) através do estudo da volatilidade das séries de dados em questão para melhores escolhas nas negociações.

Dada a importância e definições da volatilidade introduzidas nas primeiras páginas, conhecê-la, ser capaz de modelá-la e inferir sobre os resultados, além de conseguir medir as potenciais perdas de investimentos, é de vital importância para o mercado.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

Os temas tratados já são relativamente bastante difundidos na literatura, até em nível nacional, considerando inclusive o exposto anteriormente sobre o refinamento dos mecanismos que auxiliam a tomada de decisão dos agentes financeiros. Para definir o objeto de trabalho deste estudo, Morettin e Tolo (2006) descrevem as séries temporais como um conjunto de observações ordenadas num espaço de tempo, podendo ser discretas ou contínuas, sendo a última o nosso caso, tratando-se de uma série de log-retornos.

Entretanto, é de conhecimento básico para estudos econométricos que nem todas as séries temporais podem ser ajustadas por modelos autorregressivos, dada a condição comum e essencial de estacionariedade (resumidamente, a série estacionária possui média e variância constantes no tempo) das séries para que haja resultados satisfatórios. Essa condição se justifica se termos em mente que se as propriedades estatísticas mudarem com o tempo, modelar este processo seria deveras complexo. Para tanto, nas séries financeiras em geral, a primeira diferença (ou retorno) basta como medida para estacionar a série. Portanto, a fim de assegurar essa característica essencial para a modelagem proposta (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), existem testes de raiz unitária, sendo os mais utilizados o Dickey-Fuller aumentado (ADF), Phillips-Perron, KPSS, dentre outros. No presente trabalho, além do teste ADF, foram utilizados os gráficos de FAC e FACP (função de autocorrelação e função de auto correlação parcial, respectivamente) para identificar a estacionariedade dos processos, assim como Arêdes e Pereira (2008) fizeram para construir modelos de *forecasting* para o preço do trigo no Paraná.

Outra autora que desenvolveu um estudo de volatilidade de retornos é Morales (2013), onde construiu modelos da família ARCH para retornos de ações, neste caso de um ativo não nacional transacionado na NASDAQ, de maneira semelhante à que este será construído, com exceção do cálculo de VaR. O *paper* dela é bastante interessante por explicitar várias medidas e testes que usarei para a construir o modelo de heterocedasticidade condicional, como Jarque-Bera, Ljung-Box e outros.

Porém, ela se atém à volatilidade da ação INTC e como prevê-la, enquanto no presente utilizamos a modelagem para calcular o *Value at Risk* de SULA11 e Ibovespa para os horizontes de tempos propostos.

Considerando também a contribuição de Arraes e Rocha (2006), é basilar para este estudo a ideia de que a distribuição dos retornos de ativos financeiros costuma não seguir a normalidade, possuindo caudas mais pesadas, especialmente em ocasiões de crise. Desta maneira, eles chegaram à conclusão de que o VaR Normal subestima o risco para níveis de confiança elevados, como o que utilizaremos no presente estudo (99%). Este fato é importante para o nosso estudo, inclusive sendo um dos motivos pelos quais a modelagem será construída ajustando as séries de dados à distribuição *t-student* assimétrica unicaudal. Maluf e Asano (2019) também construíram seus modelos utilizando tal distribuição e os retornos diários do Ibovespa, contribuindo para que o presente trabalho seja realizado da maneira proposta.

Maluf e Asano (2019), diferente de Morales (2013), utilizaram os modelos ARCH não somente para análise de volatilidade, mas também para cálculo do VaR da série de log retornos do Ibovespa e posterior comparação com modelagens distintas, que inclusive não consideram volatilidade condicional, como o de simulação histórica, simulações por Monte Carlo, entre outros. Inclusive, este trabalho é de muita valia tendo em vista as comparações entre modelos de metodologia completamente diferentes (simulações, modelo histórico e diferentes modelos paramétricos, como GARCH(1,1) e IGARCH(1,1)) e concluindo finalmente que os modelos de heterocedasticidade condicional são os mais eficientes para tal finalidade.

Existem ainda outras metodologias, como a aplicação da teoria de cópulas que ganhou notoriedade com Hoeffding (1940) e Sklar (1959), mas vem sendo utilizada em finanças há pouco tempo. Cordeiro (2009) desenvolve com riqueza de detalhes esta metodologia, e acaba por concluir que tal metodologia é de grande valia para os cálculos de VaR e de gestão de riscos, possibilitando a modelagem de eventos extremos, assimetria, etc. Entretanto, há certa complexidade operacional para a implementação dessa modelagem, tendo em mente também que não há uma vasta literatura sobre o uso desse método para séries financeiras.

Portanto, com base nas referências acima, dentre outras publicações no meio acadêmico, podemos verificar a razoabilidade do tema e da metodologia empregada, que será melhor especificada no próximo tópico.

A relevância dos resultados de trabalhos como esses para as instituições do mercado financeiro foi destacada por Jorion (2002), ao examinar o perfil de risco de diversos bancos e as suas respectivas receitas. Essa relação é importante para tomada de decisão e definição do apetite a risco das instituições, considerando o contexto macroeconômico em que tais situações estão inseridas, além da definição de limites para as operações e a possibilidade de associações entre o risco medido e o desempenho do ativo ou carteira durante o tempo; lembrando Hull (2002), o resultado do cálculo do *Value at Risk* pode se traduzir de forma simples, como dizer que há  $x\%$  de certeza de que a perda máxima em determinado investimento será  $y$  unidades monetárias para os próximos  $z$  dias úteis, para o nosso caso, 1, 10 e 30 dias.

### 3. METODOLOGIA

O modelo GARCH é uma generalização feita por Bollerslev (1986) do modelo ARCH (autoregressive conditional heteroskedasticity), que em português significa modelo autorregressivo para heteroscedasticidade condicional, proposto por Engle (1982). Estes modelos, em especial o GARCH, que será usado no estudo, tem por função descrever e realizar previsões sobre a volatilidade da variável log-retorno dos ativos.

O GARCH (m,n), portanto, é composto por duas equações simultâneas, definidas conforme Morettin, (2011, pág.143):

$$r_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t$$
$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i r_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^n \beta_j h_{t-j},$$

onde  $\varepsilon_t$  é ruído branco (estimado aqui com distribuição *t-Student* assimétrica),  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, m-1, \beta_j \geq 0, j = 1, \dots, n-1, \alpha_m > 0, \beta_n > 0, \sum_{i=1}^q (\alpha_i + \beta_i) < 1, q = \max(m, n)$ .

A equação  $r_t$  representa o log-retorno do ativo no instante  $t$ , cujo objetivo é estimar o comportamento médio do log-retorno, enquanto  $h_t$  representa a variância condicional do ativo no instante  $t$ .

Destrinchando a equação de  $h_t$ , podemos perceber que se trata uma função da soma dos quadrados dos log-retornos  $r_t$  passados em até  $m$  defasagens (parcela dos parâmetros  $\alpha_i$ ), e também das próprias variâncias condicionais passadas em até  $n$  defasagens (parcela dos parâmetros  $\beta_j$ ).

Isto posto, podemos considerar então algumas características deste modelo:

- Média condicional de  $r_t$ : média incondicional de  $r_t$ :  $E(r_t | \mathcal{F}_{t-1}) = E(r_t) = 0$ ;
- Variância condicional de  $r_t$ :  $Var(r_t | \mathcal{F}_{t-1}) = E(r_t^2 | \mathcal{F}_{t-1}) = h_t$ ;
- Variância incondicional de  $r_t$ :  $Var(r_t) = E(r_t^2) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q (\alpha_i + \beta_i)}, q = \max(m, n)$ .

As condições descritas nos *bullets* acima e as descritas anteriormente, inclusive, garantem que o processo seja estacionário, condição essencial para trabalharmos de maneira correta com os modelos autorregressivos. Os parâmetros são estimados por Máxima Verossimilhança.

Vejamos então como se dá o processo de previsão de volatilidade usando o modelo GARCH para  $l$  dias a frente, descrito em Morettin, (2011, pág.145):

$$\begin{aligned} 2. \quad \widehat{h}_t(\ell) &= \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1)\widehat{h}_t(\ell - 1), \text{ para } \ell > 1; \\ \widehat{h}_t(1) &= \alpha_0 + \alpha_1 r_t^2 + \beta_1 h_t, \text{ para } \ell = 1. \end{aligned}$$

Nota-se que se trata de uma fórmula recursiva, em que para cada passo  $\ell$ , os anteriores precisam ser estimados.

Para testar a presença de autocorrelações e normalidade dos resíduos do modelo, serão usados os testes Ljung-Box e Jarque-Bera.

Falando um pouco sobre o VaR (*Value at Risk*), trata-se de uma medida de risco de mercado, que se traduz no valor (ou percentual) de perda máxima de um ativo, sobre um horizonte de tempo determinado, com algum nível de probabilidade. Neste trabalho, o cálculo foi realizado para 1, 10 e 30 dias, com 99% de probabilidade.

Como realizaremos este cálculo utilizando o modelo GARCH ajustado para a série dos log-retornos, a volatilidade ou variância condicional estimada  $\widehat{h}_t$  terá sua previsão para  $k$  passos à frente formulada conforme Maluf e Asano (2019, pág. 631):

$$3.1. \quad \widehat{h}_t[k] = E(h_{t+k} | \mathcal{F}_t),$$

onde  $\mathcal{F}_t$  é a filtragem de informação até o período  $t$ . Retomando a formulação de  $r_t$  da página anterior, os erros-padrão condicionais da previsão, assim como a variância da previsão acumulada até  $k$  e os erros-padrão das previsões acumuladas, estão dispostas com base no artigo de Maluf e Asano (2019, pág. 631 e 632):

- Erros-padrão condicionais da previsão  $k$  passos à frente:

$$3.2. \quad e_t[k] = \sqrt{\widehat{h}_t[k]};$$

- Variância da previsão acumulada até  $k$  passos à frente:

$$3.3. \quad v_t[k] = \widehat{h}_t[k] + \widehat{h}_t[k-1] + \dots + \widehat{h}_t[1]$$

A fórmula acima é muito interessante por trazer à tona a recursividade que foi comentada anteriormente ao falar dos modelos GARCH, onde a



variância acumulada da previsão é a soma das previsões da variância condicional até  $k$  passos.

- Erros-padrão das previsões dos retornos acumulados, de maneira similar à formulação dos erros-padrão condicionais da previsão:

$$3.4. \quad e_t[k]^* = \sqrt{V_t[k]}$$

Assim, com as funções acima, é possível calcular o intervalo de confiança (no caso, o inferior) condicional para as previsões e, na sequência, o VaR.

Logo, dada a probabilidade  $p$  para o intervalo de confiança condicional, o VaR é calculado conforme consta no referido artigo de Maluf e Asano (2019, pág. 632):

$$3.5. \quad VaR[k] = C(q(p)e_t[k]^*),$$

onde  $C$  é o capital investido (no caso, R\$ 1,00) e  $q(p)$  é o quantil da distribuição utilizada no modelo GARCH (no caso, *t-Student* assimétrica unicaudal) dada a probabilidade  $p$  (99%).

Por fim, algumas características fundamentais para o estudo séries financeiras e também basilares para o uso do modelo GARCH (m,n) são:

- a. Não possuem comportamento normal;
- b. Não dependência linear e existência de *clusters*, conforme dito anteriormente na introdução;
- c. Desenvolve-se circundando, de modo não-determinado, ao redor de uma média, sem que haja tendência, o que se denomina como estacionariedade;

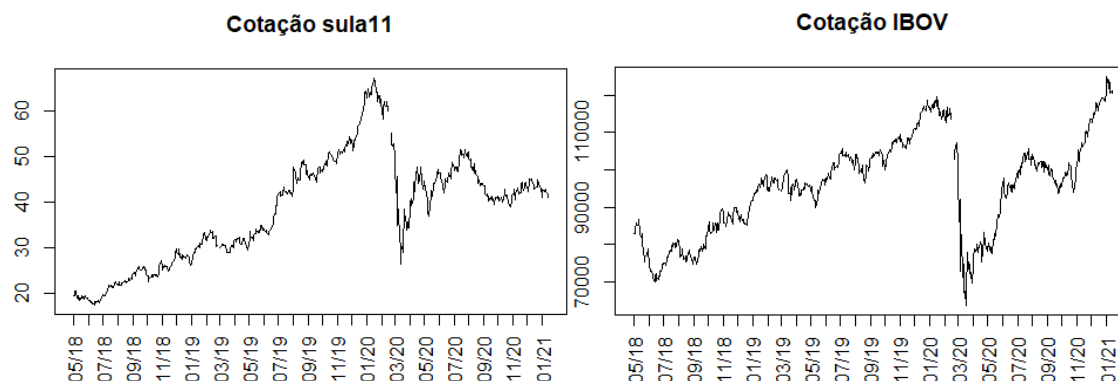
Para fins de comparação, calcularemos também o VaR histórico dos ativos. Segundo Berkowitz et al. (2008), a formulação é bastante simples:

$$3.6. \quad VaR_p[k] = Cq(p)\sqrt{k},$$

onde  $C$  é o capital investido (no caso, R\$ 1,00),  $q(p)$  é o quantil empírico observado das séries de log-retorno e  $k$  o horizonte da projeção.

## 4. ANÁLISES E RESULTADOS

Inicialmente, vejamos os gráficos das séries de preços e estatísticas descritivas:



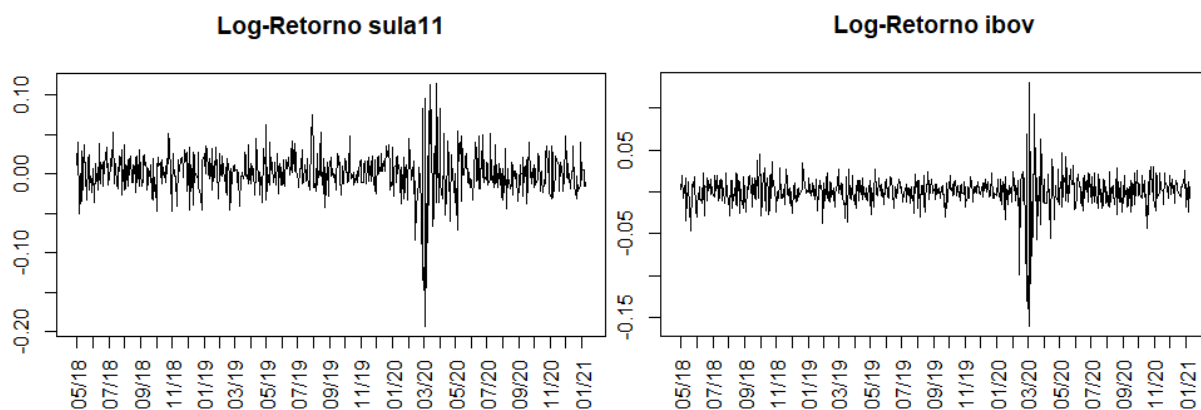
Estatísticas	Ibovespa	SULA11
observações	669	669
mínimo	63.570	18
máximo	125.077	67
1. quartil	85.380	29
3. quartil	103.910	46
média	95.426	38
mediana	96.991	41
soma	63.648.930	25.510
média do erro padrão	503	0,45417
variância	168.818.500	138
desvio padrão	12.993	12
assimetria	-0,11803	0,13450
curtose	-0,72539	-0,66697

Analisando os gráficos, é perceptível a existência de tendências durante o tempo, especialmente uma tendência altista no gráfico do Ibovespa desde setembro/20. Ainda, a média do erro padrão também indica isso, tendo em vista os valores distantes do 0. Vejamos o teste de Dickey-Fuller aumentado para verificarmos definitivamente se as séries de preço possuem ou não raiz unitária:

Teste Dickey-Fuller Aumentado		
Ativos	Estatística ADF	p-valor
SULA11	-1,8843	0,6273
Ibovespa	-2,4987	0,3672

Com estes p-valores, podemos concluir que não se rejeita a hipótese nula do teste, que é justamente a de que existe raiz unitária.

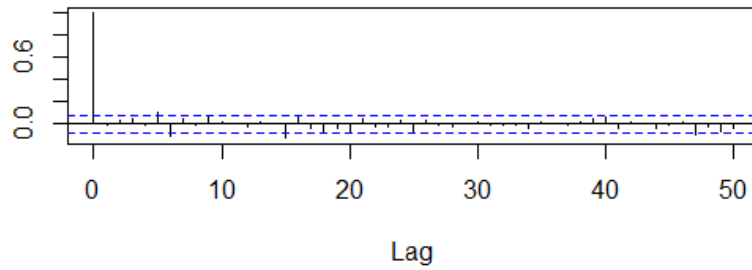
Portanto, para que trabalhemos com séries estacionárias, usemos o log-retorno (log da primeira diferença) dos referidos ativos. Vejamos os gráficos e estatísticas descritivas:



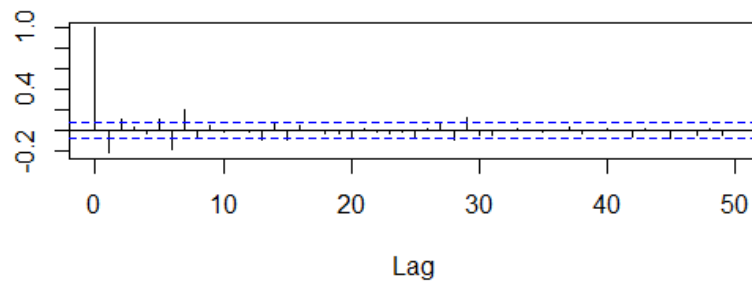
<b>Estatísticas</b>	<b>Retorno Ibovespa</b>	<b>Retorno SULA11</b>
observações	666	666
mínimo	-15,99%	-19,28%
máximo	13,02%	11,47%
1. quartil	-0,79%	-1,19%
3. quartil	1,10%	1,54%
média	0,07%	0,11%
mediana	0,16%	0,04%
soma	47,24%	75,03%
média do erro padrão	0,08%	0,10%
variância	0,04%	0,07%
desvio padrão	2,00%	2,69%
assimetria	-1,54224	-0,95496
curtose	17,46384	9,03134

Os números de assimetria e curtose não indicam normalidade dos log-retornos, e a média do erro padrão indica estacionariedade (números próximos de 0). Vejamos a estacionariedade das séries com os gráficos da Função de Autocorrelação (FAC), de maneira similar à Arêdes e Pereira (2008), dos log-retornos de IBOV e SULA11, além do teste de Dickey-Fuller aumentado:

### ACF Retornos sula11



### ACF Retornos IBOV

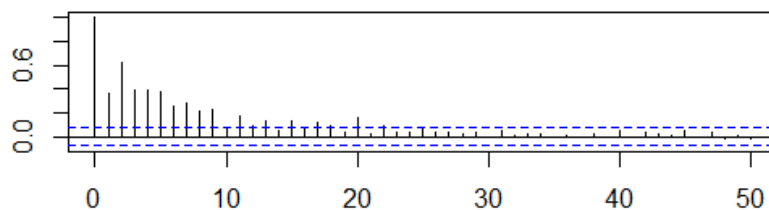


Teste Dickey-Fuller Aumentado		
Retornos	Estatística ADF	p-valor
SULA11	-7,5098	<0,01
Ibovespa	-6,802	<0,01

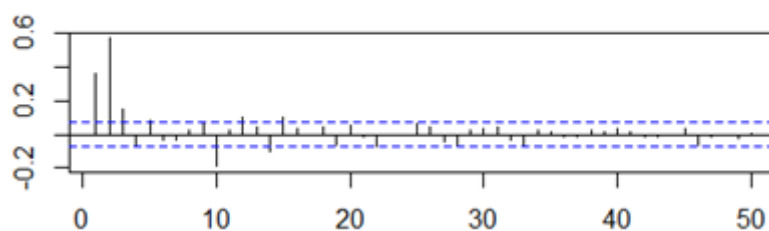
Observando os gráficos, é perceptível que as autocorrelações vão de encontro com a região nula no máximo no lag 30. Além disso, o teste Dickey-Fuller aumentado apresentou p-valores baixíssimos, o que caracteriza a estacionariedade das séries de log-retornos  $ri_t$  (log-retornos do Ibovespa) e  $rs_t$  (log-retornos de SULA11).

Vejamos agora os gráficos de FAC e FACP para o log-retorno quadrático das séries, a fim de verificar se há autocorrelação:

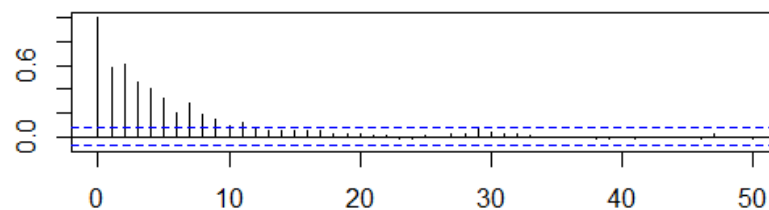
**ACF Quadrados Retornos sula11**



**PACF Quadrados Retornos sula11**

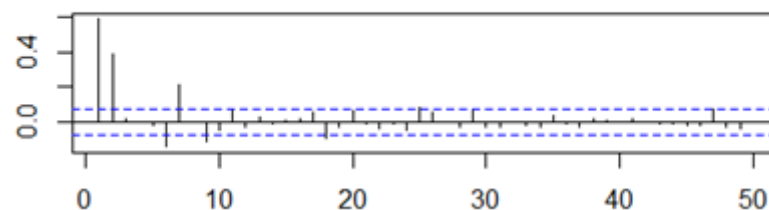


**ACF Quadrados Retornos IBOV**



Lag

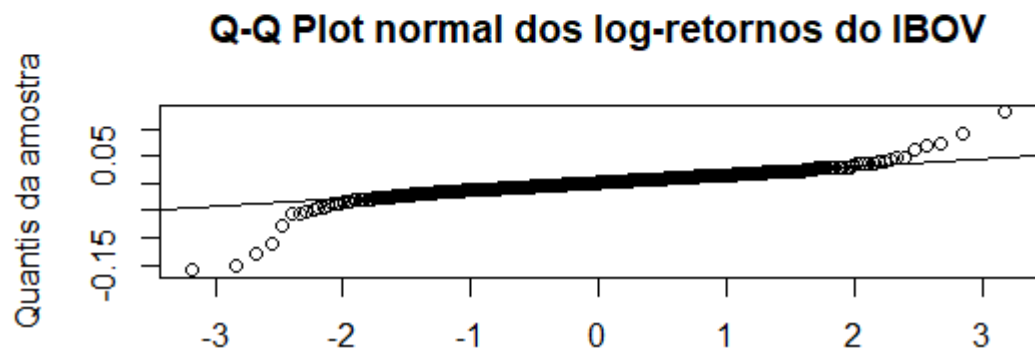
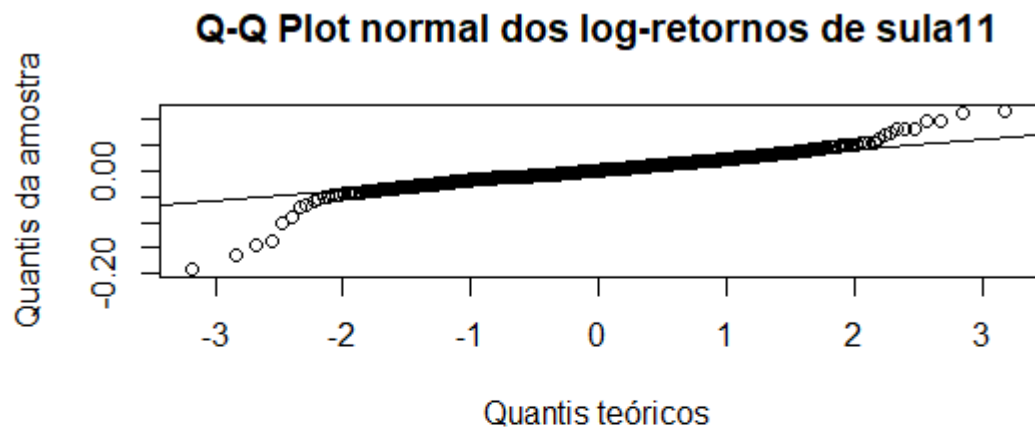
**PACF Quadrados Retornos IBOV**



Percebe-se que ambos os gráficos de FAC dos quadrados dos retornos demoram a decair definitivamente para o nível 0, especialmente o gráfico de SULA11, identificando correlação entre os quadrados dos log-retornos e evidenciando que há variância condicional e a presença de uma parte GARCH nos processos  $ri_t$  e  $rs_t$  a ser modelada.

Analisando então o comportamento de  $ri_t$  e  $rs_t$  para começar a ajustar os modelos, é possível chegar à conclusão que a normalidade dos retornos não é

aplicável, com as séries tendo caudas mais pesadas, conforme os Q-Q *plots* abaixo indicam:



Portanto, considerando a não-normalidade dos log-retornos da ação SULA11 e do Ibovespa, assumiremos neste estudo que  $\{rs_t\} \sim GARCH(m, n)$  e  $\{ri_t\} \sim GARCH(i, j)$  com distribuição *t-Student* assimétrica unicaudal.

De início, a fim de chegar nas ordens  $(m, n)$  e  $(i, j)$  que levem à modelos melhor ajustados pelo critério do BIC, foram realizadas várias combinações. Os testes foram realizados com as ordens no espaço  $1 \leq m, i; n, j \leq 4$ , tendo em vista que valores maiores que 4 dificultam a interpretação do modelo, além de tornar o problema mais complexo do que o necessário. Vejamos abaixo os quadros comparativos:

Valores de BIC para  $\{rs_t\} \sim GARCH(m, n)$ :

m/n	1	2	3	4
1	-4,749586	-4,740054	-4,730535	-4,721089
2	-4,740431	-4,730973	-4,721108	-4,711146
3	-4,732348	-4,722855	-4,714175	-4,704233
4	-4,724501	-4,715896	-4,706135	-4,696373

Valores de BIC para  $\{r_{i,t}\} \sim GARCH(i,j)$ :

i/j	1	2	3	4
1	-5,551697	-5,541709	-5,531823	-5,522064
2	-5,542156	-5,534572	-5,524471	-5,512703
3	-5,532612	-5,523281	-5,513765	-5,504128
4	-5,522864	-5,515568	-5,504128	-5,494366

Ao realizar os testes, a partir de  $\{r_{s,t}\} \sim GARCH(3,2)$  alguns N/A foram produzidos para o erro padrão e estatística  $t$ , indicando que ordens grandes prejudicavam a modelagem. Algo semelhante ocorreu com a modelagem GARCH (i,j) dos log-retornos do IBOV, a partir da ordem (1,4).

Observando os resultados, vemos que os menores valores de BIC, critério de melhor ajuste aos dados considerando as ordens (m,n)/ (i,j) em questão, foram para as ordens (1,1) para ambas as séries de log-retornos. Vejamos agora os resultados dos testes para os resíduos padronizados e para os resíduos quadráticos padronizados para os modelos  $\{r_{s,t}\} \sim GARCH(1,1)$  e  $\{r_{i,t}\} \sim GARCH(1,1)$ :

Teste de resíduos padronizados de  $\{r_{s,t}\} \sim GARCH(1,1)$ :

Testes	Estatística	Valor	p-valor
Jarque-Bera	Qui-quadrado	41,47	9,88E-10
Shapiro-Wilk	W	0,99073	3,38E-04
Ljung-Box	Qui-quadrado (15)	16,62768	0,3416042

Teste de resíduos padronizados de  $\{r_{i,t}\} \sim GARCH(1,1)$ :

Testes	Estatística	Valor	p-valor
Jarque-Bera	Qui-quadrado	87,24629	0
Shapiro-Wilk	W	0,9834017	7,26E-07
Ljung-Box	Qui-quadrado (15)	17,1074	0,3124847

Os dois primeiros testes (Jarque-Bera e Shapiro-Wilk) de ambos os quadros indicam a não normalidade dos resíduos (com p-valor <0,05), como dito anteriormente. Os resultados dos testes Ljung-Box para verificação da hipótese nula de autocorrelação dos resíduos foram maiores que 0,05 para os dois modelos, o que indica que a parte de volatilidade  $\hat{h}_t$  e a da média  $\hat{r}_t$  foram bem modeladas. Ou seja, os modelos estão adequados para realização de previsões e cálculo do VaR, e as

equações para os log-retornos de SULA11 e IBOV, respectivamente, podem ser escritas como:

$$4.1. \quad \{rs_t\} \sim GARCH(1,1) \rightarrow \hat{h}_t = 3,2281e - 05 + 0,092097r_{t-1}^2 + 0,84236h_{t-1},$$

*com skew = 1,0258 e shape = 10;*

$$4.2. \quad \{ri_t\} \sim GARCH(1,1) \rightarrow \hat{h}_t = 1,2788e - 05 + 0,12108r_{t-1}^2 + 0,83264h_{t-1},$$

*com skew = 0,83715 e shape = 10.*

Interessante notar que  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$  para ambos os modelos, de acordo com os princípios explicitados anteriormente. Conforme os quadros abaixo demonstram, os parâmetros de cada modelo são todos significativos, com p-valor < 0,05:

Análise dos erros de  $\{rs_t\} \sim GARCH(1,1)$ :

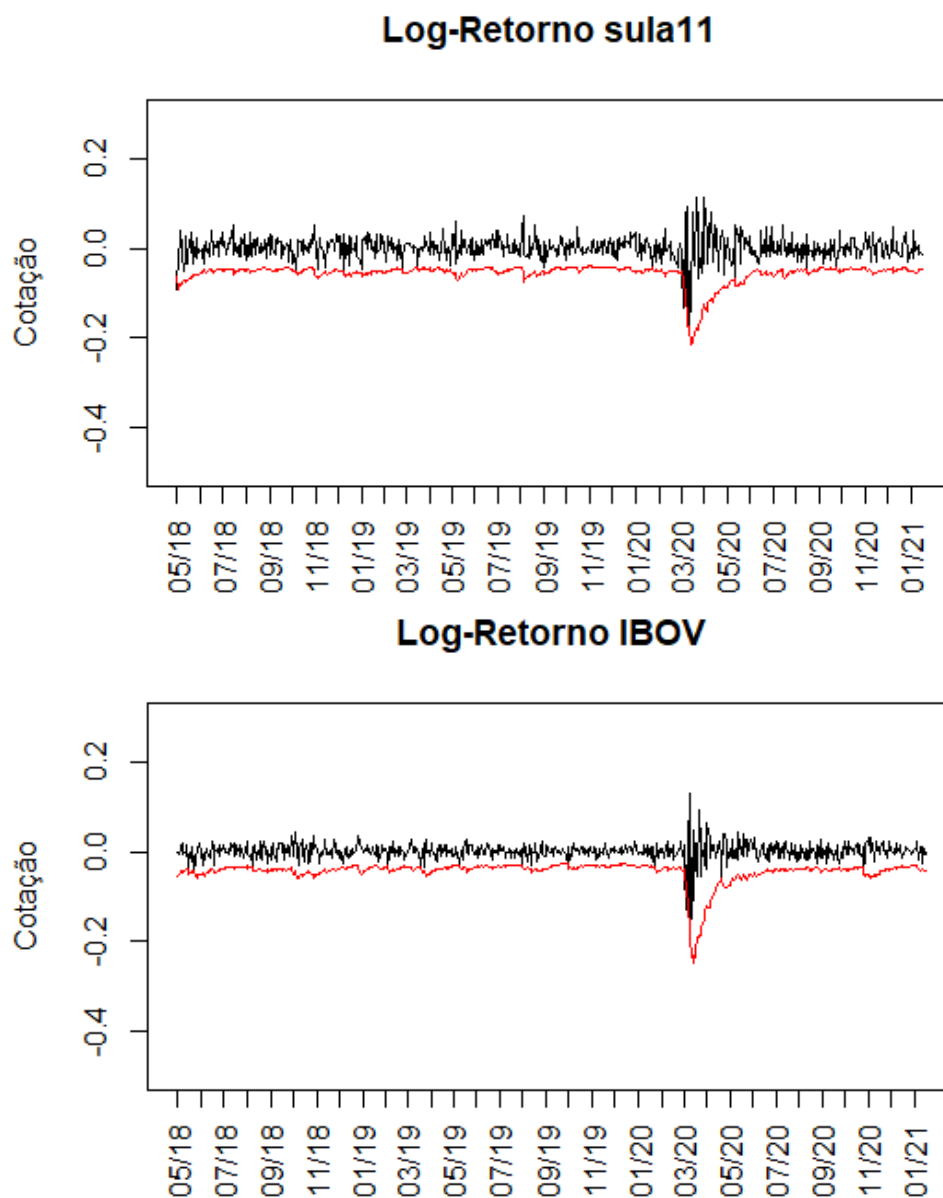
Parâmetros	Estimativa	Pr( >  t  )
Omega	3,2281E-05	0,03498
Alpha	0,092097	0,0111
Beta	0,84236	< 2e-16
Skew	1,0258	< 2e-16
Shape	10	0,00422

Análise dos erros de  $\{ri_t\} \sim GARCH(1,1)$ :

Parâmetros	Estimativa	Pr( >  t  )
Omega	1,2788E-05	0,020293
Alpha	0,12108	0,000159
Beta	0,83264	< 2e-16
Skew	0,83715	< 2e-16
Shape	10	0,001193

Continuando, vejamos os gráficos com os log-retornos e o ajustamento do limite inferior do intervalo de confiança com probabilidade de 99%, considerando a variância condicional extraída dos modelos  $\{rs_t\} \sim GARCH(1,1)$  e  $\{ri_t\} \sim GARCH(1,1)$ :





Avançando para o cálculo do VaR para as séries dos log-retornos de SULA11 e Ibovespa utilizando dos modelos expostos, temos:

Horizonte	VaR SULA 11
1 dia	4,576%
10 dias	15,165%
30 dias	27,685%

Horizonte	VaR IBOV
1 dia	3,955%
10 dias	12,844%
30 dias	23,072%

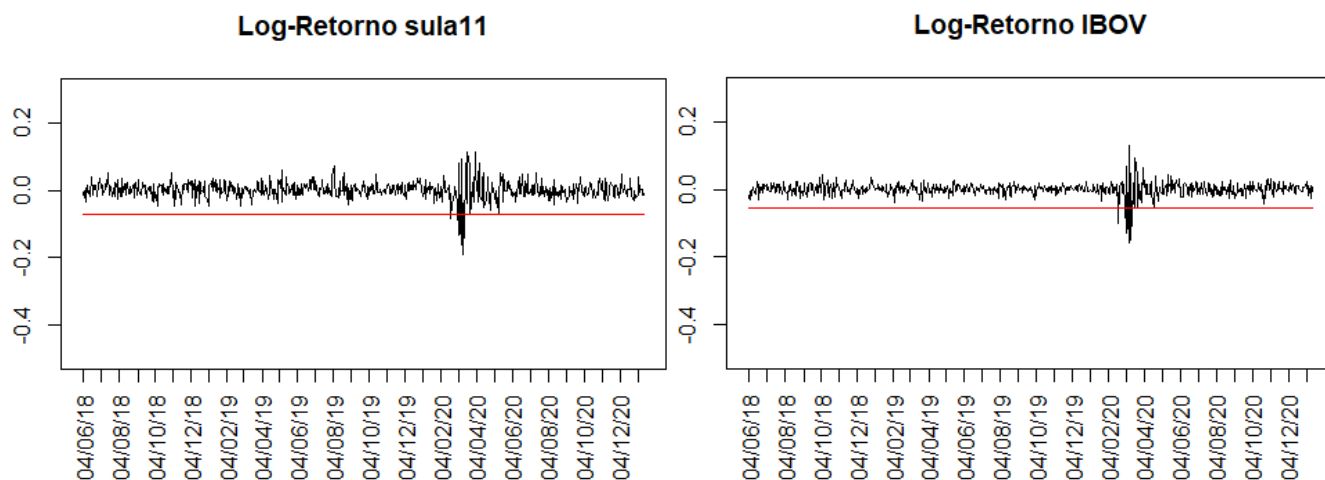
Ou seja, para cada unidade monetária investida na ação SULA11, com 99% de probabilidade, a perda máxima esperada é:

- 4,576% para 1 dia de posição;
- 15,165% para 10 dias de posição;
- 27,685% para 30 dias de posição.

Analogamente, para o Ibovespa, temos que para cada unidade monetária investida, com 99% de probabilidade, a perda máxima esperada é:

- 3,955% para 1 dia de posição;
- 12,844% para 10 dias de posição;
- 23,072% para 30 dias de posição.

Para fins de comparação, vejamos o gráfico do ajustamento do limite inferior com base na simulação histórica, considerando os quantis empíricos, e os números de VaR resultantes desta modelagem:



Horizonte	VaR SULA 11
1 dia	6,942%
10 dias	21,951%
30 dias	38,021%

Horizonte	VaR IBOV
1 dia	5,638%
10 dias	17,828%
30 dias	30,879%

Percebe-se que o modelo de simulação histórica não consegue capturar o componente de volatilidade durante o tempo, não se ajustando às séries de retornos, exagerando os valores de VaR se comparados com os produzidos via GARCH (1,1).

Ademais, observando o trabalho de Maluf e Asano (2019), podemos traçar paralelos com o presente que nos ajudam a entender ainda mais a importância de realizar o cálculo do Valor em Risco utilizando o modelo GARCH ao invés de modelos históricos. No trabalho citado, concluiu-se que somente os modelos que consideram a volatilidade condicional foram adequados até para independências de ordens superiores. Ou seja, apesar de que a implantação de modelos mais robustos para o cálculo do VaR, como o apresentado, possa trazer maior complexidade operacional e mobilização de tempo e esforço até multi-departamentos (TI, riscos, investimentos, etc), a maior precisão nos resultados enseja em maior competitividade entre os agentes do mercado, reduzindo o seu custo de oportunidade, ajustando melhor o risco tomado de fato com o que foi calculado.

## 5. CONCLUSÃO

Pode-se concluir que a utilização de modelos de heterocedasticidade condicional, como este apresentado no estudo, para cálculo do Valor em Risco, é muito vantajosa em relação às outras metodologias que ignoram a autocorrelação das séries financeiras, como a simulação histórica apresentada, considerando que tal abordagem se ajusta melhor aos dados considerados neste trabalho.

Além disso, mais propriamente sobre o comportamento das séries de log-retornos de SULA11 e do Ibovespa, temos que o Valor em Risco do índice é menor que o medido para a ação da empresa SulAmerica, o que nos permite interpretar que o índice de mercado IBOV possui menos risco do que a ação isolada. Tal raciocínio faz ainda mais sentido considerando que há uma variedade de mercados (como financeiro/ bancário, tecnologia, metalurgia, etc) na composição do índice, fazendo com que sua volatilidade fique mais comportada se comparada com a de um ativo isolado.

Portanto, tendo o ativo SULA11 como uma *proxy* do setor de Seguros dentro do universo de mercados integrantes na economia, podemos concluir que o potencial de perda monetária por unidade de dinheiro investida do mercado segurador é maior do que a “média” do mercado no geral, representado pelo IBOV. Logo, este setor possui mais risco (ou volatilidade) do que a média de todo o mercado, sendo um agregador de volatilidade para carteiras equilibradas, potencializado o *Value at Risk* desta carteira.

## 6. BIBLIOGRAFIA

BOLLERSLEV, Tim. **Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity**. Journal of Econometrics. Denmark, 1986.

ENGLE, R. F. **Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation**. Econometrica, v. 50, 1982.

BOLLERSLEV, T.; CHOU, R. Y.; KRONER, K. F. **ARCH modeling in finance: a review of theory and empirical evidence**. Journal of Econometrics, 1992.

TSAY, R. **Analysis of Financial Time Series**. John Wiley & Sons, 2003.

HULL, J. C. **Value at Risk Subject: Options, Futures, and Other Derivatives**. Pearson, 2002.

ALEXANDER, C. **Market Models: A Guide to Financial Data Analysis**. John Wiley & Sons, 2001.

NELSON, D. B. **Conditional heteroskedasticity in asset return: a new approach**. Econometrica, vol. 59, 1991.

ANDERSEN, T.; DAVIS, R.; KREIB, J.P; MIKOSH, T. **Handbook of Financial Time Series**. Springer, 2009.

MORETTIN, PEDRO A. **Econometria Financeira: um Curso em Séries Temporais Financeiras**. Blucher, 2ª Edição, 2011.

MALUF, LUIZ AUGUSTO F. F.; ASANO, JÉSSICA TAMY. **Comparação de Modelos para o VaR no Mercado de Ações Brasileiro Sob a Hipótese de Independência Serial de Ordens Superiores: Modelos Garch são Mesmo Imprescindíveis?** Brazilian Business Review, Edição 16(6), p. 627-645, 2019.

LATORRE, MARIA DO ROSÁRIO DIAS DE OLIVEIRA; CARDOSO, MARIA REGINA ALVES. **Análise de séries temporais em epidemiologia: uma introdução sobre os aspectos metodológicos**. Revista Brasileira de Epidemiologia, v. 4, n. 3, p. 145-152, 2001.

ANTES, DANIELLE LEDUR; SCHNEIDER, IONE JAYCE CEOLA; D'ORSI, ELEONORA. **Mortalidade por queda em idosos: estudo de série temporal**. Revista Brasileira de Geriatria e Gerontologia, v. 18, n. 4, p. 769-778, 2015.

HAUSWALD, ROBERT; MARQUEZ, ROBERT. **Information Technology and Financial Services Competition**. The Review of Financial Studies, v. 16, n. 3, p. 921–948, 2003.

CERNY, PHILIP G. **The dynamics of financial globalization: Technology, market structure, and policy response**. Policy Sciences, v. 27, p. 319–342, 1994.

MORALES, DÉBORA. **Um estudo da volatilidade dos retornos da ação da Intel Corporation entre janeiro de 1973 e agosto de 2013 usando modelagem GARCH**. Trabalho de Conclusão de Curso - Graduação em Estatística da Universidade Federal do Paraná, 2013.

MORETTIN, PEDRO A.; TOLOI, CLÉLIA M. C. **Análise de Séries Temporais**. Blucher, 2ª Edição, 2006.

ARRAES, RONALDO A.; ROCHA, ALANE S. **Perdas extremas em mercados de risco**. Revista de Contabilidade & Finanças, v. 17, n. 42, p. 22-34, 2006.

JORION, P. **How Informative Are Value-at-Risk Disclosures?** The Accounting Review, 2002.

ARÊDES, ALAN FIGUEIREDO; PEREIRA, MATHEUS WEMERSON GOMES. **Potencialidade da Utilização de Modelos de Séries Temporais na Previsão do Preço do Trigo no estado do Paraná**. Revista de Economia Agrícola, v. 55, n. 1, p. 63-76, 2008.

CORDEIRO, FABIO NUNEZ BARJA. **Aplicação da Teoria de Cópulas para o cálculo do Value at Risk**. Dissertação de Mestrado Profissional em Finanças e Economia - FGV - Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2009.

BERKOWITZ, J., & O'BRIEN, J. **How accurate are the value-at-risk models at commercial banks**. Journal of Finance, 57, 2001.

BERKOWITZ, J., CHRISTOFFERSEN, P. F., & PELLETIER, D. **Evaluating Value-at-Risk Models with Desk-Level Data**. Management Science, 57(12), 2008.

Mercado de seguros encerra 2019 com lucro de R\$ 17,8 bi, alta de 21%. Sindicato das Empresas de Seguros e Resseguros (SINDSEGSP), 2020. Disponível em:< <https://www.sindsefsp.org.br/site/noticia-texto.aspx?id=32378>>. Acesso em 08/02/2020.